



5 Πιθανότητες



5.1

Σύνολα

Η έννοια του συνόλου

Σε πολλές περιπτώσεις συνηθίζουμε να συλλέγουμε ή να επιλέγουμε διάφορα αντικείμενα και να τα ταξινομούμε σε ομάδες ή κατηγορίες. Για παράδειγμα, τα βιβλία μιας βιβλιοθήκης ανάλογα με το περιεχόμενό τους ταξινομούνται σε ιστορικά, λογοτεχνικά, ιατρικά κ.τ.λ. Σε κατηγορίες επίσης, ταξινομούμε τους αριθμούς (φυσικοί, ακέραιοι, ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί, θετικοί, αρνητικοί κ.τ.λ.), τα γράμματα της αλφαβήτου (φωνήεντα, σύμφωνα, μικρά, κεφαλαία κ.τ.λ.) και κάθε ομάδα αντικειμένων τα οποία διακρίνονται μεταξύ τους με απόλυτη σαφήνεια. Ομάδες ή κατηγορίες, όπως οι παραπάνω, ονομάζονται στα Μαθηματικά, **σύνολα**.

Κάθε αντικείμενο που περιέχεται σ' ένα σύνολο ονομάζεται **στοιχείο** του συνόλου.

Παράσταση συνόλου

α) Με αναγραφή των στοιχείων του

Γράφουμε μία μόνο φορά καθένα από τα στοιχεία του και με οποιαδήποτε σειρά τα τοποθετούμε ανάμεσα σε δύο άγκιστρα. Π.χ. το σύνολο των γραμμάτων της λέξης ελευθερία είναι $A = \{\epsilon, \lambda, \upsilon, \theta, \rho, \iota, \alpha\}$, το σύνολο των ψηφίων του αριθμού 2004 είναι $B = \{2, 0, 4\}$, κ.τ.λ.

5.1 Σύνολα

Παράσταση συνόλου

β) Με περιγραφή των στοιχείων του

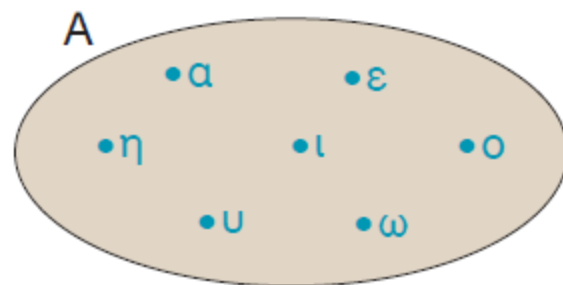
Το σύνολο $A = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$, που έχει ως στοιχεία τους άρτιους φυσικούς αριθμούς, μπορούμε να το παραστήσουμε και ως εξής:

$$A = \{\text{άρτιοι φυσικοί αριθμοί}\} \text{ ή } A = \{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \text{ άρτιος αριθμός}\}$$

Στην προηγούμενη περίπτωση λέμε ότι παριστάνουμε το σύνολο με περιγραφή των στοιχείων του.

γ) Με διάγραμμα Venn

Ένα σύνολο μπορούμε να το παραστήσουμε εποπτικά και με το εσωτερικό μιας κλειστής γραμμής. Π.χ. το σύνολο των φωνηέντων της Ελληνικής αλφαβήτου φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα, το οποίο ονομάζεται διάγραμμα Venn.



5.1 Σύνολα

Ίσα σύνολα

Αν πάρουμε τα σύνολα $A = \{α, ε, ι, υ\}$ και $B = \{\text{φωνήεντα της λέξης ευτυχία}\}$, παρατηρούμε ότι το σύνολο B με αναγραφή των στοιχείων του γράφεται $B = \{ε, υ, ι, α\}$ και έχει τα ίδια ακριβώς στοιχεία με το σύνολο A . Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι τα σύνολα A, B είναι ίσα και γράφουμε $A = B$.

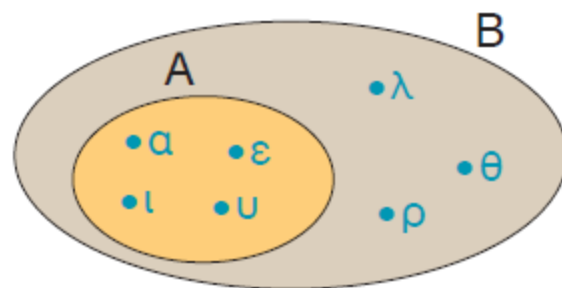
Δύο σύνολα είναι ίσα, όταν έχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία.

Υποσύνολο συνόλου

Αν πάρουμε τα σύνολα

$$A = \{α, ε, ι, υ\} \text{ και } B = \{ε, λ, υ, θ, ρ, ι, α\},$$

παρατηρούμε ότι κάθε στοιχείο του συνόλου A είναι και στοιχείο του συνόλου B . Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σύνολο A είναι υποσύνολο του συνόλου B και το συμβολίζουμε $A \subseteq B$.



Ένα σύνολο A ονομάζεται υποσύνολο ενός συνόλου B , όταν κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του B .

5.1 Σύνολα

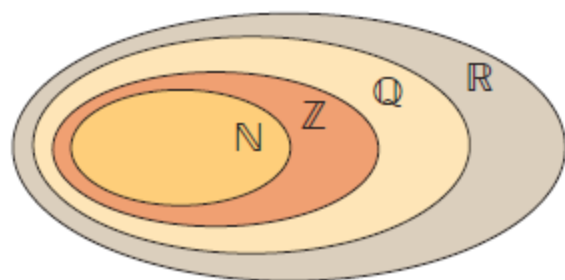
Οι γνωστοί μας αριθμοί και τα αντίστοιχα σύνολά τους συμβολίζονται ως εξής:

Φυσικοί αριθμοί $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

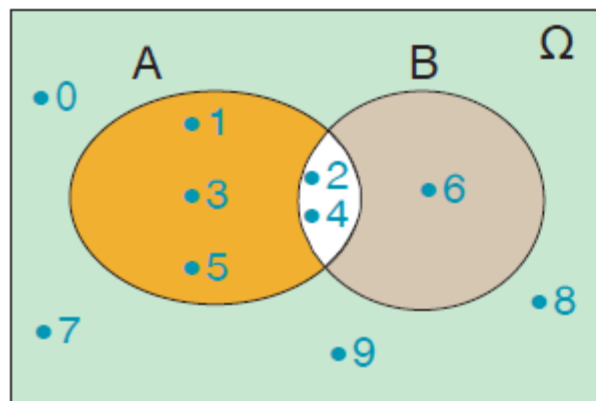
Ακέραιοι αριθμοί $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Ρητοί αριθμοί $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \right\}$, όπου a, b ακέραιοι, με $b \neq 0$

Πραγματικοί αριθμοί $\mathbb{R} = \{\text{ρητοί ή άρρητοι αριθμοί}\}$



Είναι $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$



Τα σύνολα με τα οποία ασχολούμαστε κάθε φορά είναι συνήθως υποσύνολα ενός ευρύτερου συνόλου, που ονομάζεται **βασικό σύνολο**. Αυτό παριστάνεται με το εσωτερικό ενός ορθογωνίου και συμβολίζεται με Ω .

Π.χ. με βασικό σύνολο $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ μπορούμε να δημιουργήσουμε διάφορα υποσύνολά του, όπως $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ κ.τ.λ.

Κενό σύνολο ονομάζεται το σύνολο που δεν περιέχει κανένα στοιχείο και συμβολίζεται $\emptyset$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

α) Τα σύνολα $A = \{1, 2, 3\}$ και $B = \{3, 2, 1\}$ είναι ίσα.

β) Τα σύνολα $A = \{6, 7\}$ και $B = \{67\}$ είναι ίσα.

γ) Αν $A = \{\alpha, \beta\}$ και $B = \{\alpha, \gamma, \delta, \epsilon\}$, τότε $A \subseteq B$.

δ) Το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } 0x = 2\}$ είναι το κενό σύνολο.

ε) $A \cup A' = \Omega$.

στ) $A \cap A' = \emptyset$.

☐
☐
☐
☐
☐
☐

2 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε σύνολο της στήλης Α, το ίσο του σύνολο από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } x^2 = 4\}$	1. $\{0, 1, 2\}$
β. $\{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x^2 = 4\}$	2. $\emptyset$
γ. $\{x \in \mathbb{Z}, \text{ όπου } 3x = 4\}$	3. $\{-2, 2\}$
δ. $\{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \leq 2\}$	4. $\{2\}$
	5. $\{1, 2\}$

α	β	γ	δ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

α) Τα σύνολα $A = \{1, 2, 3\}$ και $B = \{3, 2, 1\}$ είναι ίσα.

β) Τα σύνολα $A = \{6, 7\}$ και $B = \{67\}$ είναι ίσα.

γ) Αν $A = \{\alpha, \beta\}$ και $B = \{\alpha, \gamma, \delta, \epsilon\}$, τότε $A \subseteq B$.

δ) Το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } 0x = 2\}$ είναι το κενό σύνολο.

ε) $A \cup A' = \Omega$.

στ) $A \cap A' = \emptyset$.

☐
☐
☐
☐
☐
☐

2 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε σύνολο της στήλης Α, το ίσο του σύνολο από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\{x \in \mathbb{R}, \text{ όπου } x^2 = 4\}$	1. $\{0, 1, 2\}$
β. $\{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x^2 = 4\}$	2. $\emptyset$
γ. $\{x \in \mathbb{Z}, \text{ όπου } 3x = 4\}$	3. $\{-2, 2\}$
δ. $\{x \in \mathbb{N}, \text{ όπου } x \leq 2\}$	4. $\{2\}$
	5. $\{1, 2\}$

α	β	γ	δ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

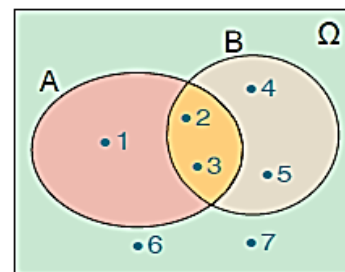
- 3 Από το διάγραμμα Venn του διπλανού σχήματος να προσδιορίσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα:

$\Omega =$

$A =$ $B =$

$A' =$ $B' =$

$A \cup B =$ $A \cap B =$



- 4 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε σύνολο της στήλης A, το συμπλήρωμά του ως προς $\Omega = \{a, b, \gamma, \delta, \epsilon\}$ από τη στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
α. $\{\beta\}$	1. $\{a, b, \gamma, \delta, \epsilon\}$
β. $\{a, \beta, \epsilon\}$	2. $\emptyset$
γ. $\{a, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$	3. $\{\beta, \gamma, \epsilon\}$
δ. $\{\text{γράμματα της λέξης δάδα}\}$	4. $\{a, \delta\}$
ε. $\emptyset$	5. $\{a, \gamma, \delta, \epsilon\}$
	6. $\{\gamma, \delta\}$

a	b	γ	δ	ε

- 5 Με βάση το διπλανό διάγραμμα Venn να καθορίσετε το χρώμα ή τα χρώματα των παρακάτω συνόλων:

α) $A \cup B$:

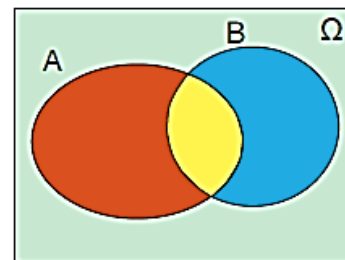
β) $A \cap B$:

γ) A' :

δ) B' :

ε) $(A \cup B)'$:

στ) $(A \cap B)'$:



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

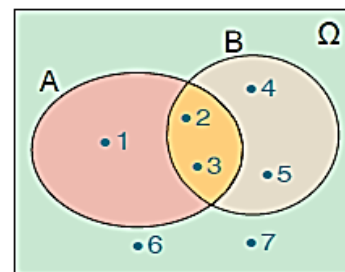
- 3 Από το διάγραμμα Venn του διπλανού σχήματος να προσδιορίσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα παρακάτω σύνολα:

$\Omega =$

$A =$ $B =$

$A' =$ $B' =$

$A \cup B =$ $A \cap B =$



- 4 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε σύνολο της στήλης A, το συμπλήρωμά του ως προς $\Omega = \{a, b, \gamma, \delta, \epsilon\}$ από τη στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
α. $\{b\}$	1. $\{a, b, \gamma, \delta, \epsilon\}$
β. $\{a, b, \epsilon\}$	2. $\emptyset$
γ. $\{a, b, \gamma, \delta, \epsilon\}$	3. $\{b, \gamma, \epsilon\}$
δ. $\{\text{γράμματα της λέξης δάδα}\}$	4. $\{a, \delta\}$
ε. $\emptyset$	5. $\{a, \gamma, \delta, \epsilon\}$
	6. $\{\gamma, \delta\}$

a	b	γ	δ	ε

- 5 Με βάση το διπλανό διάγραμμα Venn να καθορίσετε το χρώμα ή τα χρώματα των παρακάτω συνόλων:

α) $A \cup B$:

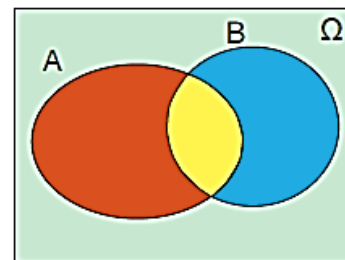
β) $A \cap B$:

γ) A' :

δ) B' :

ε) $(A \cup B)'$:

στ) $(A \cap B)'$:



3. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A' = \{4, 5, 6, 7\}$, $B' = \{1, 6, 7\}$,

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$

4. $a \rightarrow 5$, $b \rightarrow 6$, $\gamma \rightarrow 2$, $\delta \rightarrow 3$, $\epsilon \rightarrow 1$

5. α) $A \cup B$: κόκκινο – κίτρινο – μπλε, β) $A \cap B$: κίτρινο, γ) A' : μπλε – πράσινο,

δ) B' : κόκκινο – πράσινο, ε) $(A \cup B)'$: πράσινο, στ) $(A \cap B)'$: κόκκινο – μπλε – πράσινο

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

1. Σε ποιο από τα παρακάτω πειράματα μπορείτε να προβλέψετε το αποτέλεσμα του με απόλυτη βεβαιότητα;
 - α) Ρίχνουμε ένα ζάρι. Ποια θα είναι η ένδειξή του;
 - β) Μετράμε τη θερμοκρασία μιας ποσότητας καθαρού νερού που βράζει. Ποια θα είναι η ένδειξη του θερμομέτρου;
 - γ) Ρίχνουμε ένα νόμισμα. Ποια θα είναι η πάνω όψη του;
 - δ) Επιλέγουμε ένα τυχαίο άρτιο αριθμό και τον διαιρούμε με το 2. Ποιο θα είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης;
 - ε) Επιλέγουμε στην τύχη ένα τριψήφιο αριθμό που τα ψηφία του είναι 1 ή 2. Ποιος θα είναι ο αριθμός αυτός;
 - στ) Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές. Ποιο θα είναι το ζεύγος των ενδείξεων;
2. Σε καθένα από τα πειράματα που δεν μπορείτε να προβλέψετε το αποτέλεσμα του, γνωρίζετε τα δυνατά του αποτελέσματα; Ποια είναι αυτά;

Υπάρχουν πειράματα, τα οποία όσες φορές και αν τα επαναλάβουμε, δεν μπορούμε να προβλέψουμε το αποτέλεσμα τους με απόλυτη βεβαιότητα. Ένα τέτοιο πείραμα λέγεται **πείραμα τύχης**. Για παράδειγμα,

- Αν ρίξουμε ένα ζάρι δεν είμαστε σε θέση κάθε φορά να προβλέψουμε την ένδειξή του, αν και γνωρίζουμε ότι το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων του είναι το $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Το σύνολο αυτό συμβολίζεται με Ω και ονομάζεται **δειγματικός χώρος** του πειράματος.

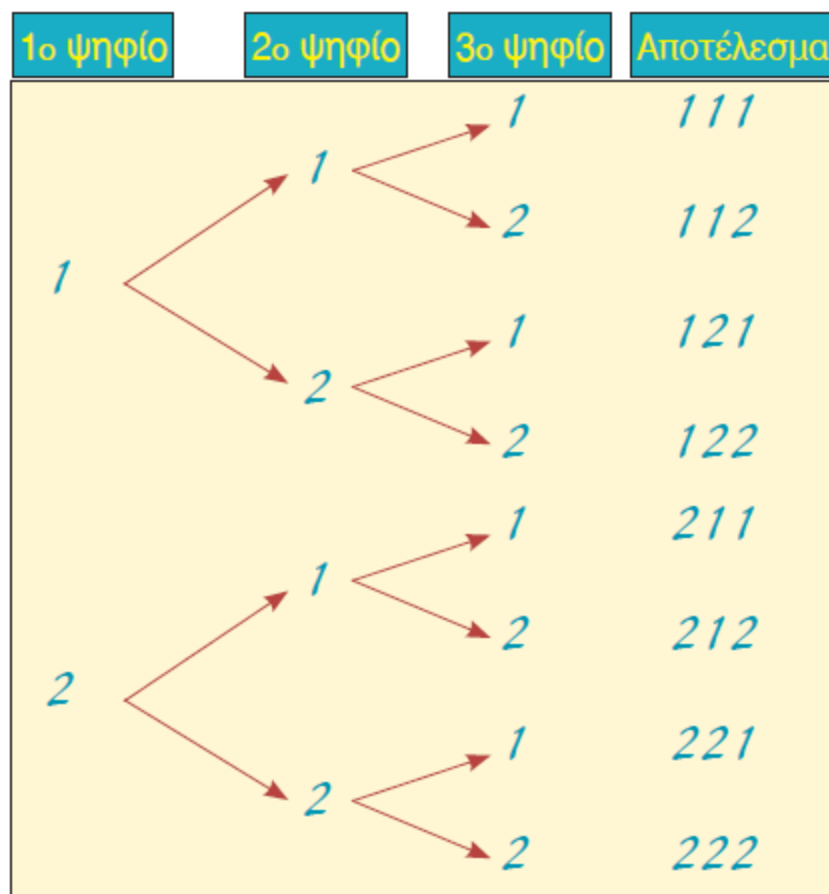
Εύρεση δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης

Για παράδειγμα, αν επιλέξουμε στην τύχη ένα τριψήφιο αριθμό που τα ψηφία του είναι 1 ή 2, για να προσδιορίσουμε το δειγματικό χώρο εργαζόμαστε ως εξής:

Γράφουμε ποιο μπορεί να είναι το πρώτο ψηφίο και σε κάθε περίπτωση γράφουμε ποιο μπορεί να είναι το δεύτερο ψηφίο κ.ο.κ.

Με το διπλανό διάγραμμα, που ονομάζεται **δεντροδιάγραμμα**, βρίσκουμε ευκολότερα όλα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου. Ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από όλους τους τριψήφιους αριθμούς με ψηφία 1 ή 2, δηλαδή είναι:

$\Omega = \{111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222\}$,
και περιέχει 8 στοιχεία ($N(\Omega) = 8$).



Εύρεση δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης

Αν ρίξουμε ένα ζάρι δύο φορές και σημειώσουμε κάθε φορά την ένδειξή του, τότε για να προσδιορίσουμε ευκολότερα το δειγματικό χώρο, χρησιμοποιούμε το διπλανό πίνακα. Ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από όλα τα διατεταγμένα ζεύγη του πίνακα, δηλαδή είναι:

$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 5), (6, 6)\}$,
και περιέχει 36 στοιχεία ($N(\Omega) = 36$).

2 ^η ρίψη 1 ^η ρίψη	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)



5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα

Ενδεχόμενα

Αν ρίξουμε ένα ζάρι, γνωρίζουμε ότι ο δειγματικός χώρος είναι $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Το σύνολο $A = \{2, 4, 6\}$, που είναι υποσύνολο του Ω , ονομάζεται **ενδεχόμενο** του πειράματος και συγκεκριμένα είναι το ενδεχόμενο να φέρουμε άρτιο αριθμό. Ομοίως, το $B = \{1, 2, 3\}$ είναι το ενδεχόμενο να φέρουμε αριθμό μικρότερο του 4.

Βέβαιο – Αδύνατο ενδεχόμενο

Αν ρίξουμε ένα ζάρι, τότε το ενδεχόμενο να φέρουμε ένδειξη μικρότερη του 7 είναι το $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Το ενδεχόμενο αυτό πραγματοποιείται σε οποιαδήποτε εκτέλεση του πειράματος και γι' αυτό ονομάζεται **βέβαιο ενδεχόμενο**.

Το ενδεχόμενο όμως να φέρουμε ένδειξη μεγαλύτερη του 6 είναι $\emptyset$. Το ενδεχόμενο αυτό δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του πειράματος και γι' αυτό ονομάζεται **αδύνατο ενδεχόμενο**.



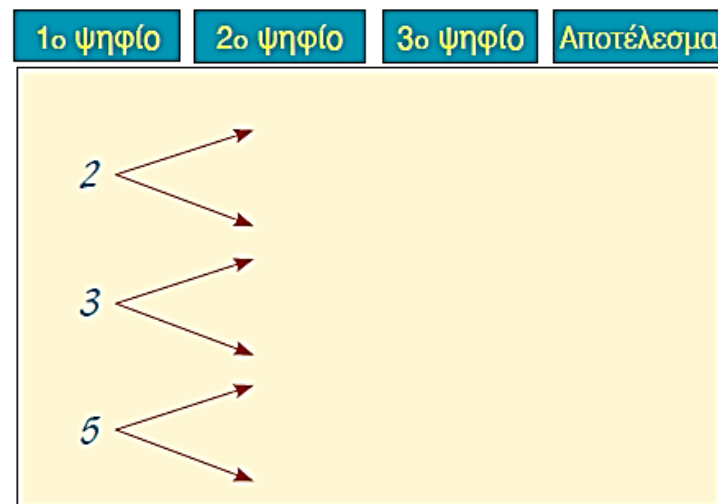
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 Ποια από τα παρακάτω είναι πειράματα τύχης:
- α) Ρίχνω ένα ζάρι και καταγράφω την πάνω όψη του.
 - β) Αφήνω ένα βαρύ σώμα να πέσει και καταγράφω τη φορά της κίνησής του.
 - γ) Βγάζω ένα φύλλο από μία τράπουλα και σημειώνω ποιο είναι.
 - δ) Ανοίγω ένα βιβλίο και σημειώνω τον αριθμό που αντιστοιχεί στη δεξιά σελίδα του.

- 2 Επιλέγουμε διαδοχικά δύο μαθητές Γυμνασίου και καταγράφουμε την τάξη όπου φοιτούν. Ένας μαθητής για να βρει το δειγματικό χώρο έφτιαξε το διπλανό πίνακα. Μήπως έκανε κάποιο λάθος;

2ος μαθητής 1ος μαθητής	A	B	Γ
A	AA	AB	AΓ
B	AB	BB	BΓ
Γ	ΓA	ΓB	ΓΓ

- 3 Το δεντροδιάγραμμα με το οποίο ένας μαθητής ήθελε να προσδιορίσει όλους τους τριψήφιους αριθμούς με ψηφία 2, 3, 5, που το καθένα χρησιμοποιείται μία μόνο φορά, έμεινε ημιτελής. Μπορείτε να το συμπληρώσετε;



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 4 Αν ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι $\Omega = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, ποια από τα παρακάτω σύνολα είναι ενδεχόμενα του πειράματος;
 α) $A = \{4, 8, 10\}$ β) $B = \{0, 2, 3, 6\}$ γ) $\Gamma = \{4, 7, 8, 10\}$ δ) $\Delta = \{6\}$
- 5 Ρίχνουμε ένα ζάρι και φέρνουμε 6. Ποια από τα παρακάτω ενδεχόμενα πραγματοποιούνται;
 α) $A = \{2, 4, 6\}$ β) $B = \{1, 3, 5\}$ γ) $\Gamma = \{4, 5, 6\}$ δ) $\Delta = \{1, 2, 3\}$
- 6 Ένα κουτί περιέχει κόκκινες, κίτρινες και μαύρες μπίλιες. Αν επιλέξω μια μπίλια ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι αδύνατο;
 α) Η μπίλια είναι κόκκινη. β) Η μπίλια είναι κίτρινη.
 γ) Η μπίλια είναι πράσινη. δ) Η μπίλια δεν είναι μαύρη.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 4 Αν ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι $\Omega = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, ποια από τα παρακάτω σύνολα είναι ενδεχόμενα του πειράματος;
α) $A = \{4, 8, 10\}$ β) $B = \{0, 2, 3, 6\}$ γ) $\Gamma = \{4, 7, 8, 10\}$ δ) $\Delta = \{6\}$
- 5 Ρίχνουμε ένα ζάρι και φέρνουμε 6. Ποια από τα παρακάτω ενδεχόμενα πραγματοποιούνται;
α) $A = \{2, 4, 6\}$ β) $B = \{1, 3, 5\}$ γ) $\Gamma = \{4, 5, 6\}$ δ) $\Delta = \{1, 2, 3\}$
- 6 Ένα κουτί περιέχει κόκκινες, κίτρινες και μαύρες μπίλιες. Αν επιλέξω μια μπίλια ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι αδύνατο;
α) Η μπίλια είναι κόκκινη. β) Η μπίλια είναι κίτρινη.
γ) Η μπίλια είναι πράσινη. δ) Η μπίλια δεν είναι μαύρη.





ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 7 Επιλέγω στην τύχη ένα μήνα του έτους. Ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι βέβαιο;
- α) Ο μήνας έχει 31 ημέρες.
 - β) Ο μήνας είναι θερινός.
 - γ) Το όνομα του μήνα αρχίζει από Μ.
 - δ) Ο μήνας έχει περισσότερες από 27 ημέρες.
- 8 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ενδεχόμενο της στήλης (Α) το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $A \cup B$	1. Δεν πραγματοποιείται το Α.
β. $A \cap B$	2. Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α, Β.
γ. A'	3. Δεν πραγματοποιείται το Β.
	4. Πραγματοποιούνται ταυτόχρονα και το Α και το Β.

α	β	γ





ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 7 Επιλέγω στην τύχη ένα μήνα του έτους. Ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι βέβαιο;
- α) Ο μήνας έχει 31 ημέρες.
 - β) Ο μήνας είναι θερινός.
 - γ) Το όνομα του μήνα αρχίζει από Μ.
 - δ) Ο μήνας έχει περισσότερες από 27 ημέρες.
- 8 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ενδεχόμενο της στήλης (Α) το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $A \cup B$	1. Δεν πραγματοποιείται το Α.
β. $A \cap B$	2. Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α, Β.
γ. A'	3. Δεν πραγματοποιείται το Β.
	4. Πραγματοποιούνται ταυτόχρονα και το Α και το Β.

α	β	γ



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Επιλέγουμε στην τύχη ένα αυτοκίνητο του οποίου ο αριθμός κυκλοφορίας είναι ζυγός και καταγράφουμε το τελευταίο ψηφίο του.

- Ο Γιώργος ισχυρίζεται ότι είναι πιθανότερο να είναι μικρότερο του 6 παρά να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 6. Είναι σωστός ο ισχυρισμός του;

Αν επιλέξουμε στην τύχη έναν άρτιο μονοψήφιο φυσικό αριθμό, τότε ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι $\Omega = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

Το ενδεχόμενο να επιλέξουμε από τα στοιχεία του δειγματικού χώρου Ω αριθμό μικρότερο του 6, είναι το $A = \{0, 2, 4\}$ και πραγματοποιείται αν επιλέξουμε 0 ή 2 ή 4, ενώ το ενδεχόμενο να επιλέξουμε αριθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 6 είναι $B = \{6, 8\}$ και πραγματοποιείται αν επιλέξουμε 6 ή 8. Βλέπουμε λοιπόν ότι από τους 5 αριθμούς του δειγματικού χώρου Ω , 3 αριθμοί εξασφαλίζουν την πραγματοποίηση του ενδεχομένου A και 2 αριθμοί εξασφαλίζουν την πραγματοποίηση του ενδεχομένου B . Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου A είναι $\frac{3}{5}$ ή 60% και συμβολίζουμε $P(A) = \frac{3}{5}$ ή 60%, ενώ η πιθανότητα της πραγματοποίησης του ενδεχομένου B είναι $P(B) = \frac{2}{5}$ ή 40%. Παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση ο αριθμητής του κλάσματος είναι το πλήθος των ευνοϊκών περιπτώσεων για την πραγματοποίηση του ενδεχομένου, αφού $N(A) = 3$ και $N(B) = 2$, ενώ ο παρονομαστής του κλάσματος είναι το πλήθος των δυνατών περιπτώσεων του πειράματος, αφού $N(\Omega) = 5$.



Σ' ένα πείραμα τύχης, με ισοπίθανα αποτελέσματα, πιθανότητα ενός ενδεχομένου A ονομάζεται ο αριθμός

$$P(A) = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος δυνατών περιπτώσεων}} = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$$

Από τον προηγούμενο ορισμό προκύπτει ακόμη ότι:

$$P(\Omega) = \frac{N(\Omega)}{N(\Omega)} = 1 \quad \text{και} \quad P(\emptyset) = \frac{N(\emptyset)}{N(\Omega)} = 0$$





ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 Σε ποιο από τα παρακάτω πειράματα τα δυνατά αποτελέσματα είναι ισοπίθανα;
- α) Από ένα κουτί που περιέχει 12 όμοιες μπάλες, από τις οποίες 4 είναι πράσινες, 4 κόκκινες και 4 άσπρες, επιλέγουμε μία και σημειώνουμε το χρώμα της.
 - β) Από ένα κουτί που περιέχει 12 όμοιες μπάλες, από τις οποίες 5 είναι πράσινες, 5 κόκκινες και 2 άσπρες, επιλέγουμε μία και σημειώνουμε το χρώμα της.
 - γ) Από τη λέξη «χαρά» επιλέγουμε ένα γράμμα και σημειώνουμε ποιο είναι.
 - δ) Από τη λέξη «χώρα» επιλέγουμε ένα γράμμα και σημειώνουμε ποιο είναι.

- 2 Αν επιλέξουμε τυχαία ένα γράμμα της αλφαβήτου, τότε η πιθανότητα να είναι φωνήεν είναι:

α) $\frac{1}{2}$

β) $\frac{1}{24}$

γ) $\frac{7}{24}$

δ) $\frac{17}{24}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.





ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 Σε ποιο από τα παρακάτω πειράματα τα δυνατά αποτελέσματα είναι ισοπίθανα;
 - α) Από ένα κουτί που περιέχει 12 όμοιες μπάλες, από τις οποίες 4 είναι πράσινες, 4 κόκκινες και 4 άσπρες, επιλέγουμε μία και σημειώνουμε το χρώμα της.
 - β) Από ένα κουτί που περιέχει 12 όμοιες μπάλες, από τις οποίες 5 είναι πράσινες, 5 κόκκινες και 2 άσπρες, επιλέγουμε μία και σημειώνουμε το χρώμα της.
 - γ) Από τη λέξη «χαρά» επιλέγουμε ένα γράμμα και σημειώνουμε ποιο είναι.
 - δ) Από τη λέξη «χώρα» επιλέγουμε ένα γράμμα και σημειώνουμε ποιο είναι.
- 2 Αν επιλέξουμε τυχαία ένα γράμμα της αλφαβήτου, τότε η πιθανότητα να είναι φωνήεν είναι:

α) $\frac{1}{2}$	β) $\frac{1}{24}$	γ) $\frac{7}{24}$	δ) $\frac{17}{24}$
------------------	-------------------	-------------------	--------------------

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

